

Lois des gyroscopes/ gyroscope à 3 axes



Physique

Mécanique

Mouvement circulaire et rotation

 Niveau de difficulté

dur

 Taille du groupe

2

 Temps de préparation

45+ minutes

 Temps d'exécution

45+ minutes



Informations générales

Application



Fig.1 : Dispositif expérimental

Le moment d'inertie et l'accélération angulaire sont fondamentaux dans le domaine de la mécanique. Leur compréhension est donc très importante pour l'étude de ce domaine. Un gyroscope est un outil efficace pour y parvenir.

Autres informations (1/2)



Priorité
connaissances



Principal
principe

Les connaissances préalables à cette expérience se trouvent dans la section Théorie.

Le moment d'inertie du gyroscope est étudié en mesurant l'accélération angulaire causée par des couples de différentes valeurs connues. Dans cette expérience, deux des axes du gyroscope sont fixes. La relation entre la fréquence de précession et la fréquence gyroscopique du gyroscope à 3 axes libres est examinée pour des couples de différentes valeurs appliqués à l'axe de rotation. Si l'axe de rotation du gyroscope sans force est légèrement déplacé, une nutation est induite. La fréquence de nutation sera étudiée en fonction de la fréquence du gyroscope.

Autres informations (2/2)



Apprentissage

objectif



Tâches

Le but de cette expérience est d'étudier le moment d'inertie.

1. Détermination du moment d'inertie du gyroscope par la mesure de l'accélération angulaire.
2. Détermination du moment d'inertie par la mesure de la fréquence gyroscopique et de la fréquence de précession. Étude de la relation entre la précession et la fréquence gyroscopique et de sa dépendance à l'égard du couple.
3. Étude de la relation entre la fréquence de nutation et la fréquence gyroscopique.

Théorie (1/5)

Détermination du moment d'inertie du disque du gyroscope

Si le disque du gyroscope est mis en rotation par la chute d'une masse m (Fig. 2), la relation suivante est valable pour l'accélération angulaire :

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \alpha = \frac{M}{I_P} \quad (1)$$

(ω_R = vitesse angulaire ; α = l'accélération angulaire ; I_P = moment polaire d'inertie ; $M = F \cdot r$ = couple)

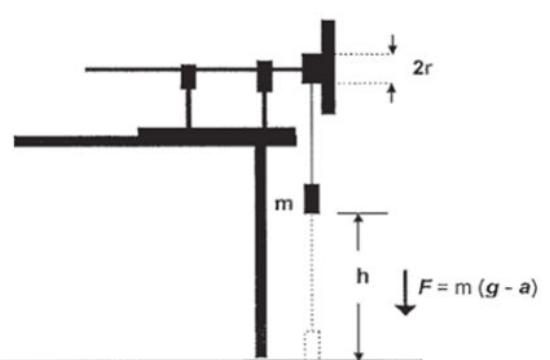


Fig. 2 : Représentation schématique du dispositif expérimental permettant de déterminer le moment d'inertie du disque du gyroscope.

Théorie (2/5)

Selon la loi de l'action et de la réaction, la force qui provoque le couple est donnée par la relation suivante :

$$F = m \cdot (g - a) \quad (2)$$

(g accélération gravitationnelle terrestre ; a = accélération de la trajectoire)

Les relations suivantes s'appliquent à l'accélération de la trajectoire a et à l'accélération angulaire α :

$$a = \frac{2h}{t_F^2}; \alpha = \frac{a}{r} \quad (3)$$

(h = hauteur de chute de la masse accélérée, t_F = temps de chute ; r = rayon du tambour de fil). En introduisant (2) et (3) dans (1), on obtient :

$$t_F^2 = \frac{2I_P + 2mr^2}{mgr^2} \cdot h \quad (4)$$

En général, la règle suivante s'applique au moment d'inertie d'un disque :

$$I_P = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{\pi}{2} \cdot R^4 \cdot d \cdot \rho \quad (5)$$

Théorie (3/5)

Détermination de la fréquence de précession

Le gyroscope symétrique G de la figure 3, suspendu de manière à pouvoir tourner autour des 3 axes principaux, est en équilibre en position horizontale avec le contrepoids C. Si le gyroscope est réglé pour tourner autour de l'axe x, avec une vitesse angulaire ω ce qui suit est valable pour le moment angulaire L, qui est constant dans l'espace et dans le temps :

$$L = I_P \cdot \omega_R \quad (6)$$

Ajout d'une masse supplémentaire m^* à la distance r^* du point d'appui induit un couple supplémentaire M^* qui est égale à la variation dans le temps du moment angulaire et parallèle à celui-ci.

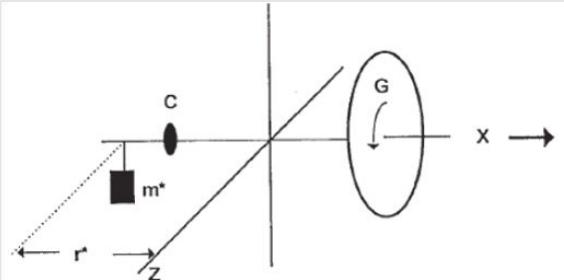


Fig. 3 : Représentation schématique du gyroscope soumis à des forces

Théorie (4/5)

$$M^* = m^* \cdot gr^* = \frac{dL}{dt} \quad (7)$$

Sous l'influence du couple supplémentaire (qui agit perpendiculairement dans ce cas particulier), après un laps de temps dt, le moment angulaire L tournera d'un angle $d\phi$ de sa position initiale (Fig. 4).

$$dL = L d\phi \quad (8)$$

Le gyroscope ne bascule pas sous l'influence du couple supplémentaire, mais réagit perpendiculairement à la force générée par ce couple. Le gyroscope, qui est maintenant soumis à la gravitation, décrit un mouvement dit de précession.

La vitesse angulaire ω_P de la précession remplit la relation :

$$\omega_P = \frac{d\phi}{dt} = \frac{dL}{L dt} = \frac{dL}{I_P \cdot \omega_R dt} = \frac{m^* \cdot gr^*}{I_P \cdot \omega_R} \quad (9)$$

Théorie (5/5)

Prise en charge $\omega_P = 2\pi/t_P$ et $\omega_R = 2\pi/t_R$ on obtient :

$$\frac{1}{t_r} = \frac{m^* \cdot gr^*}{4\pi^2} \frac{1}{I_P} \cdot t_P \quad (10)$$

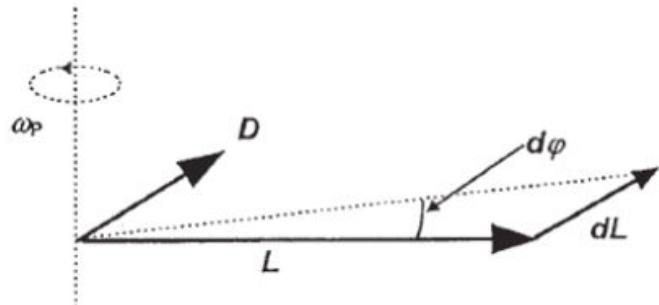


Fig. 4 : Précession de l'axe horizontal du gyroscope

Equipement

Position	Matériaux	Numéro d'article	Quantité
1	Gyroscope à 3 axes	02555-00	1
2	Disque gyroscopique supplémentaire w. c-weight	02556-00	1
3	Chronomètre numérique, 24 h, 1/100 s et 1 s	24025-00	1
4	Expert en embase de canon	02004-00	1
5	Support de poids, 10 g	02204-01	1
6	Poids fendu, bronze argenté, 10 g	02205-03	4
7	Poids fendu, bronze argenté, 50 g	02206-03	1
8	Pince à tête bosselée à angle droit	37697-00	1
9	Cobra SMARTsense Dual Photogate - Double barrière lumineuse 0 ... ∞ s (Bluetooth + USB)	12945-00	1
10	Fil de pêche, l. 5m	02089-01	1
11	Poignée M6 x 145 acier inoxydable	329827	1



Configuration et procédure

Configuration et procédure

Le dispositif expérimental est illustré à la figure 1 :

- Pour commencer, le moment polaire d'inertie I_p du disque du gyroscope doit être déterminée. Pour ce faire, le gyroscope est fixé avec son axe orienté horizontalement et positionné sur la table d'expérimentation de telle sorte que le tambour de fil dépasse le bord de la table (Fig. 2). Le fil est enroulé autour du tambour et la masse accélératrice m ($m = 60\text{ g}$; plaque avec 5 poids fendus) est fixée à l'extrémité libre du fil. Plusieurs expériences sont réalisées pour différentes hauteurs de chute h de la masse accélératrice, à partir desquelles le temps de chute moyen correspondant est calculé. t_F entre le moment où le disque du gyroscope est relâché et le moment où la masse touche le sol. Le diagramme de t_F^2 en fonction de h est tracé et le moment d'inertie du disque du gyroscope est déterminé à partir de la pente de la ligne droite (Fig. 5).

Configuration et procédure

- Le gyroscope, sur lequel aucune force n'agit et qui peut se déplacer librement autour de ses 3 axes, est remonté et la durée de vie de l'appareil est calculée. t_R d'une révolution (fréquence de rotation) est déterminée par la mesure de la barrière lumineuse en mode de mesure "running time", l'axe du gyroscope étant placé à l'horizontale. Immédiatement après, une masse $m^* = 30 \text{ g}$ est suspendue à une distance $r^* = 27 \text{ cm}$ dans la rainure située à l'extrémité la plus longue de l'axe du gyroscope. La durée d'une demi-rotation de précession $t_P/2$ doit maintenant être déterminée à l'aide d'un chronomètre manuel (cette valeur doit être multipliée par deux pour l'évaluation). La masse est ensuite retirée pour que l'axe du gyroscope retrouve son immobilité. t_R peut être déterminée à nouveau. L'inverse de la valeur moyenne des deux mesures de t_R est inscrit dans un diagramme au-dessus du temps de précession t_P . De la même manière, les autres points de mesure sont enregistrés pour un nombre décroissant de rotations du gyroscope. La pente de la droite obtenue permet de calculer le moment d'inertie du disque du gyroscope (Fig. 6).
- Si un léger coup latéral est donné contre l'axe du gyroscope en rotation sur lequel aucune force n'agit, le gyroscope commence à décrire un mouvement de nutation. La durée d'une nutation t_R est déterminée à l'aide du chronomètre manuel et est rapportée à la durée d'une révolution. t_R qui est à nouveau déterminée par la mesure de la barrière lumineuse (Fig. 7).



L'évaluation

Tâche 1

A partir de la pente de la droite $t_F^2 = f(h)$ de la figure 5, on obtient la valeur suivante pour le moment d'inertie du disque du gyroscope :

$$I_P = (8.83 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$$

En prenant les valeurs correspondantes pour le rayon R et l'épaisseur d du disque circulaire, et le poids spécifique de la matière plastique $\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3$, on obtient à partir de (4) :

$$I_P = 8.91 \cdot 10^{-3}$$

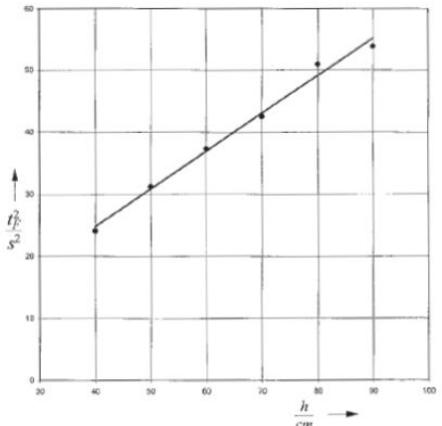


Fig. 5 : Détermination du moment d'inertie à partir de la pente de la droite $t_F^2 = f(h)$.

Tâche 2

D'après (10), la figure 6 montre la relation linéaire entre l'inverse de la durée d'une révolution t_R du disque du gyroscope et la durée d'une révolution de précession t_P pour deux masses différentes m^* . Les pentes des droites permettent de calculer les valeurs de la quantité de mouvement d'inertie, pour lesquelles on obtient :

$$I_P = (8.89 \pm 0.15) \text{ kg m}^2 \text{ pour } m^* = 0,03 \text{ kg et } I_P = (9.29 \pm 0.17) \text{ kg m}^2 \text{ pour } m^* = 0,06 \text{ kg.}$$

Le doublement de la valeur du couple entraîne le doublement de la fréquence de précession. Si m^* est accroché dans la rainure avant de l'axe du gyroscope, ou si le sens de rotation du disque est inversé, le sens de rotation de la précession est également inversé. Si l'on utilise également un disque supplémentaire identique au disque du gyroscope et que l'on fait tourner les deux dans des directions opposées, il n'y aura pas de précession lorsqu'un couple est appliqué.

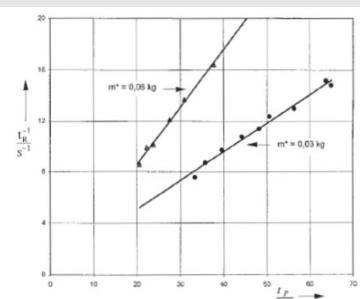


Fig. 6 : Détermination du moment d'inertie à partir de la pente de la droite $1/t_R = f(t_P)$.

Tâche 3

La figure 7 représente la relation

$$\omega_N = k\omega_R; t_R = kt_N \quad (11)$$

entre la fréquence de nutation ω_N et la fréquence de rotation ω_R . La constante k dépend des différents moments d'inertie par rapport aux principaux axes de rotation.

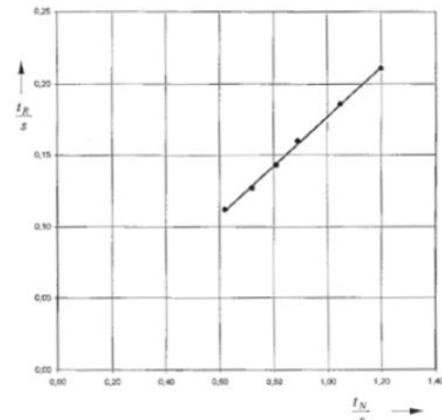


Fig. 7 : Temps de nutation en fonction du temps pour une révolution.