

Physique Didactique

Instrument de mesures d'optique

Didactic Physics

Optical Measuring Instruments

Réf :
207 502

Français – p 1

English – p 6

Version : 0201

Expérience d'Eratosthène
Eratosthenes Experiment

1. Présentation

1.1 Introduction

Cette maquette, complétée par une source à faisceaux parallèles (de type source à miroirs réf.201038 ou 211066) permet de reproduire de façon probante l'expérience d'Eratosthène sur la table de l'élève.

Elle va permettre une mise en application progressive du lien entre la physique et les mathématiques et donnera à l'élève les outils nécessaires pour construire une stratégie de résolution d'un problème par l'expérience.

Par les mesures, l'élève pourra calculer et déduire une longueur assimilable à un méridien et en déduire la valeur théorique du rayon de la Terre.



1.2 Un peu d'Histoire

Eratosthène (275-194 av JC) avait lu que le jour du solstice d'été à Syène (Egypte) la lumière du soleil atteint le fond d'un puits vertical à midi, tandis qu'à la même date et à la même heure, à Alexandrie, un obélisque vertical possède toujours une ombre. Eratosthène savait également que pour aller de Syène à Alexandrie, une caravane de chameaux mettait 50 jours en parcourant une distance de 100 stades par jour (le stade était l'unité de longueur de l'époque et valait environ 160m).

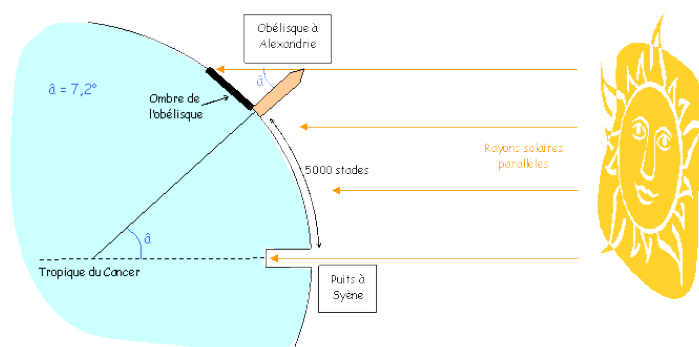
2. Description

La maquette comprend un plateau sur lequel est représentée la terre en coupe selon la longitude 30°.

Syène et Alexandrie sont indiquées ainsi que la distance les séparant (5000 stades, soit environ 800km selon les informations connues d'Eratosthène).

Un bras gradué en mm en rotation par rapport au centre de la terre et dépasse perpendiculairement à la surface de la Terre. Eclairé par un faisceau de lumière parallèle, il projette une ombre que l'on peut mesurer directement sur un petit plateau gradué, fixé perpendiculairement au bras.

Cette maquette est spécialement conçue pour fonctionner avec la source lumineuse à miroirs qui peut produire un faisceau de lumière bien parallèle. La maquette et la source sont posées sur la table. La source est guidée sur le bord du plateau et reproduit l'éclairage du soleil lors du solstice d'été.



Afin de réaliser les mesures facilement, il est possible de faire coulisser le petit plateau le long du bras tout en restant rigoureusement perpendiculaire au bras. Ainsi l'ombre s'allonge et les mesures pour calculer l'angle de rotation du bras sont encore plus précises.

3. Protocole Expérimental

Utiliser les 2 traits parallèles représentés sur la maquette pour régler le parallélisme du faisceau de la source lumineuse.

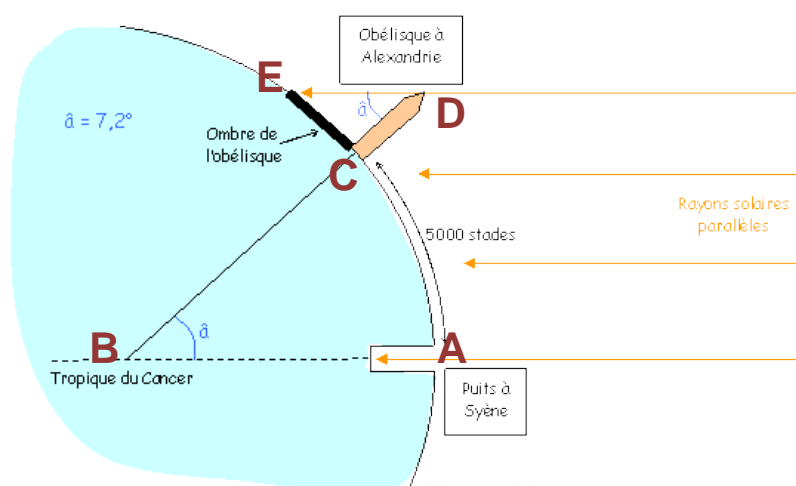
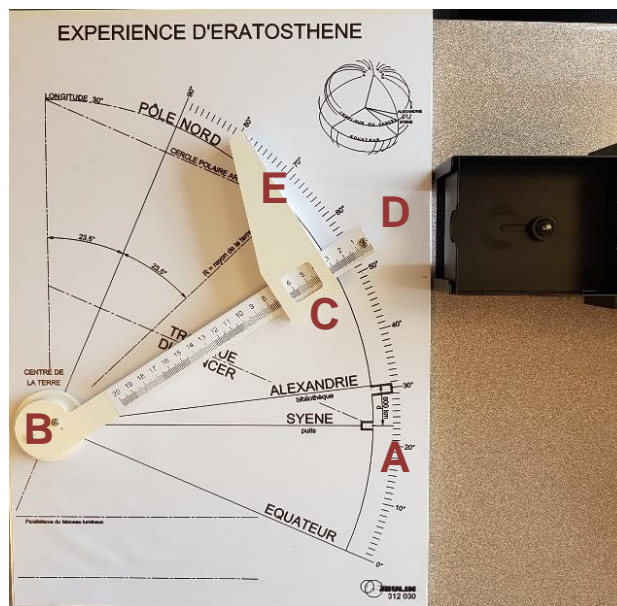
Positionner le bras à Syène, positionner la source lumineuse face à Syène et mesurer la longueur de l'ombre sur le petit plateau : elle doit être nulle.

Positionner le bras à Alexandrie (par exemple), déplacer la source lumineuse le long de la maquette et mesurer l'ombre sur le petit plateau.

Ces 2 mesures permettent de calculer l'angle α entre les rayons solaires et la verticale à Alexandrie au solstice d'été, et de calculer le rayon de la Terre, connaissant la distance Syène-Alexandrie.

La manipulation est également possible entre 2 latitudes différentes à condition que l'angle reste faible (inférieur à 8°).

Par le théorème des angles internes/externes, il apparaît que les 2 angles α sont égaux.

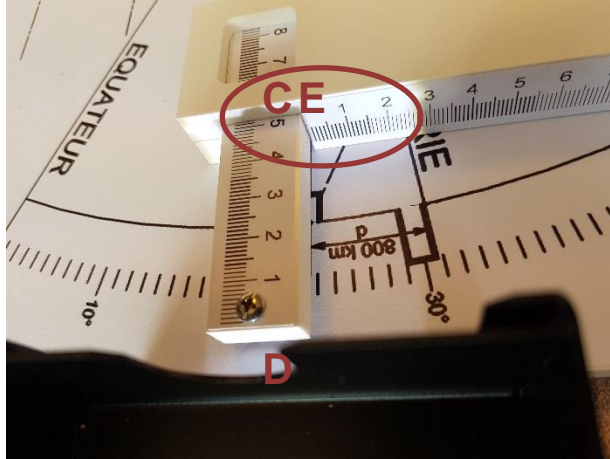


4. Résultats et applications numériques

4.1 Valeurs expérimentales

On recherche la valeur de l'angle α , correspondant à l'angle \widehat{CDE} .

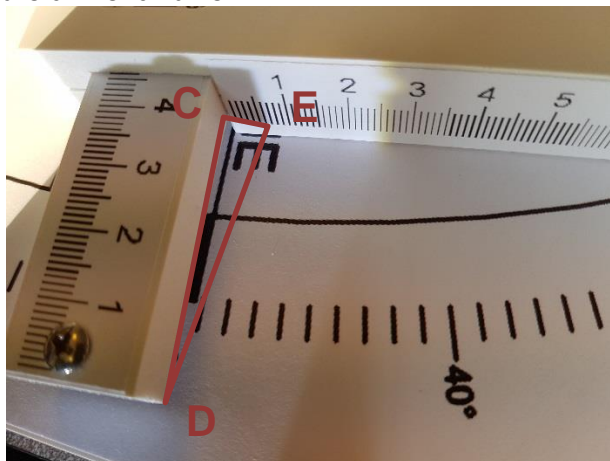
Mesure de l'ombre à Syène :



L'observation montre l'absence d'ombre sur le régle mobile.

L'angle $\widehat{CDE} = 0^\circ$ -- Les points C et E sont confondus.

Mesure de l'ombre à Alexandrie :



On observe une ombre de longueur = 6 mm

L'angle entre le bras rotatif et le régle est constant et fixe : 90°

Puisque l'angle $\widehat{DCE} = 90^\circ$, il s'agit donc d'un triangle rectangle, les relations trigonométriques s'appliquent alors :

$CE = 0.6 \text{ cm}$ (côté opposé à l'angle \widehat{CDE})

$CD = 4.7 \text{ cm}$ (côté adjacent à l'angle \widehat{CDE})

D'après la relation $\tan \widehat{CDE} = \frac{[\text{opposé}]}{[\text{adjacent}]}$ On a ainsi $\tan \widehat{CDE} = \frac{[CE]}{[CD]} = \frac{0.6}{4.7}$

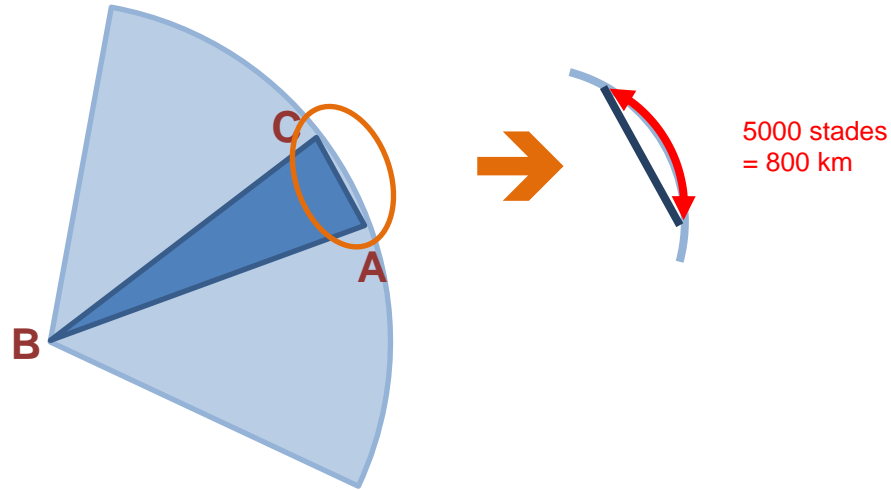
$$\tan^{-1} \frac{0.6}{4.7} = 7.27^\circ$$

On a ainsi $\widehat{CDE} = \widehat{ABC} = 7.27^\circ$

4.2 Résultats & Calculs

Cet angle correspond à $\frac{360^\circ}{7.27^\circ} = 49.5^{\text{ème}}$ de la longueur d'un méridien M.

On sait que cet angle correspond également à 5000 stades, soit 800km :



On en déduit donc que parcourir 800 km à la surface de la Terre, revient à parcourir un angle de 7.27° .

7.27° correspond à $1/49.5^{\text{ème}}$ d'un tour complet de méridien.

800 km correspond alors aussi à $49.5^{\text{ème}}$ d'une longueur complète de méridien.

On déduit donc que la longueur du méridien M :

$$[M] = 800 \times 49.5 = 39600$$

Longueur d'un méridien = 39 600 km

La relation liant un méridien et le rayon de la Terre est tel que :

$$M = 2\pi r$$

On en déduit :

$$r = \frac{M}{2\pi}$$

Donc :

$$r = \frac{M}{2\pi} = \frac{39\,600}{2\pi} = \mathbf{6302\,km}$$

Les données théoriques actuelles correspondent à :

Longueur du méridien = 40 075 km

Rayon de la Terre = 6371 km

4.3 Calcul de l'erreur

$$Erreur = \frac{Valeur\ théorique - Valeur\ expérimentale}{Valeur\ théorique} \times 100$$

$$Erreur\ sur\ la\ mesure\ du\ méridien : Erreur = \frac{40075-39600}{40075} \times 100 = 1.2 \%$$

$$Erreur\ sur\ la\ mesure\ du\ rayon : Erreur = \frac{6371-6302}{6371} \times 100 = 1.1 \%$$

La méthode d'Eratosthène a ainsi permis de calculer la longueur d'un méridien et du rayon de la Terre avec seulement 1.2% !

5. Caractéristiques techniques

Dimension du plateau : 300 x 420 x 35mm
Dimension du bras rotatif : 260 x 15 x 10 mm
Dimension du réglet mobile :
Masse : 1 kg

6. Accessoires conseillés

Source lumineuse à miroirs – halogène	réf. 211066
Source lumineuse à miroirs – LED	réf. 211038

7. Service après-vente

La garantie est de 2 ans.

Pour tous réglages, contacter le **Support Technique** au **0 825 563 563**.

Pour toutes les réparations, pièces détachées ou retour dans nos ateliers, veuillez contacter :

JEULIN – S.A.V.
468 rue Jacques Monod
CS 21900
27019 EVREUX CEDEX France

0 825 563 563*

* 0,15 € TTC/min. à partir un téléphone fixe

1. Presentation

1.1 Introduction

This model, supplemented by a parallel beams source (of type mirrors source ref.201038 or 211066) allows to conclusively replicate Eratosthenes' experiment on a student's table.

It will allow the gradual implementation of the link between physics and mathematics and provide the students with the essentials tools to build a problem solving strategy through the experiment.

With the measurements, the student will then be able to calculate and deduce a comparable length of the meridian and deduce the theoretical value of the Earth's radius.



1.2 A bit of History

Eratosthenes (275-194 BC) had read that on the summer solstice day in Syene (Egypt), sunlight reaches the bottom of a vertical well at noon, while on the same day and time, in Alexandria, a vertical obelisk always has a shadow. Eratosthenes also knew that in order to go from Syene to Alexandria, a camel caravan needed 50 days to cover a distance of 100 stadions per day (the stadion was the unit of length at that time and equaled around 160m).

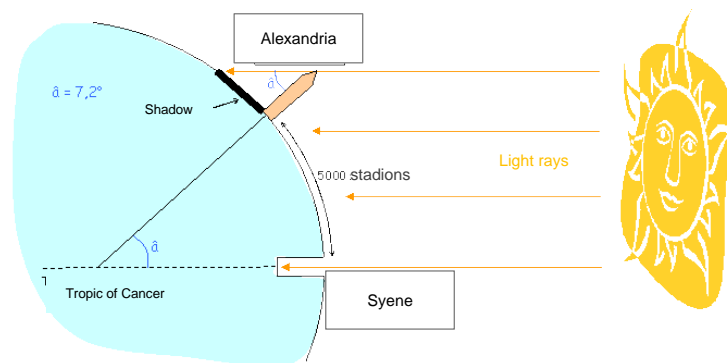
2. Description

The model consists of a tray on which is represented the Earth in cross-section by longitude 30° .

Syene and Alexandria are indicated as well as the distance separating them (5000 stadions, which is around 800km according to the information known on Eratosthenes).

An arm graduated in mm rotates about the center of the Earth and projects perpendicularly to the Earth's surface. Illuminated by a parallel light beam, it projects a shadow that we can directly measure on a small graduated tray, fixed perpendicularly to the arm.

This model is especially designed to work with the mirrors light source that can produce a correctly parallel light beam. The model and the source are placed on the table. The source is mounted on the tray edge and reproduces the sunlight during the summer solstice.



To carry out the measurements easily, you may slide the small tray along the arm while remaining strictly perpendicular to the arm. The shadow extends, and the measurements to calculate the arm rotation angle are even more precise.

3. Experimental Protocol

Use the 2 parallel lines represented on the model to set the parallelism of the light source beam.

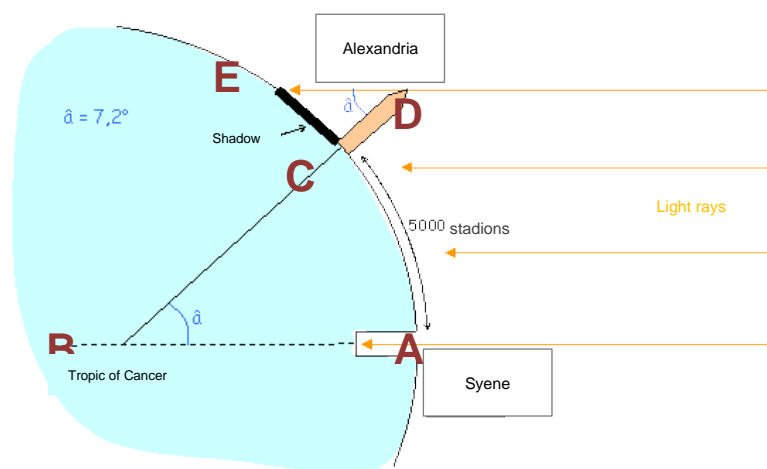
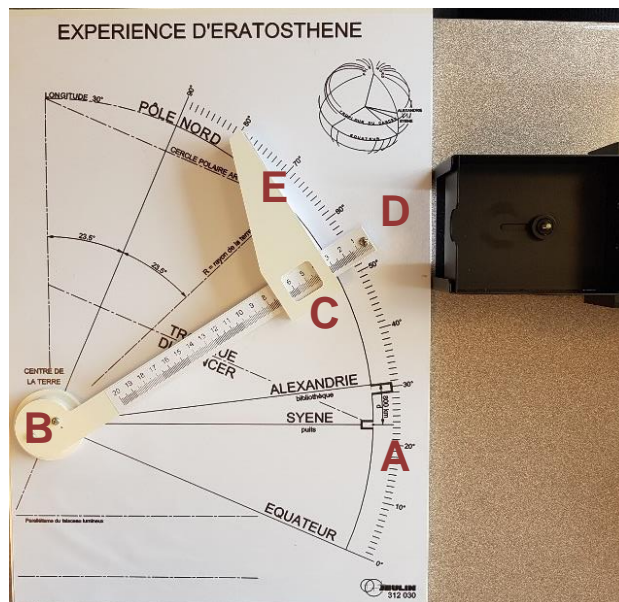
Set the arm on Syene, place the light source facing Syene and measure the length of the shadow on the small tray: it must be zero.

Set the arm to Alexandria (for example), move the light source along the model and measure the shadow on the small tray.

These 2 measures allow calculating the angle α between the sun's rays and the vertical to Alexandria at the summer solstice, and the Earth's radius, knowing the distance Syene - Alexandria.

The manipulation is also possible between 2 different latitudes provided that the angle remains slight (less than 8°).

With the theorem of internal/external angles, 2 angles α seem equal.

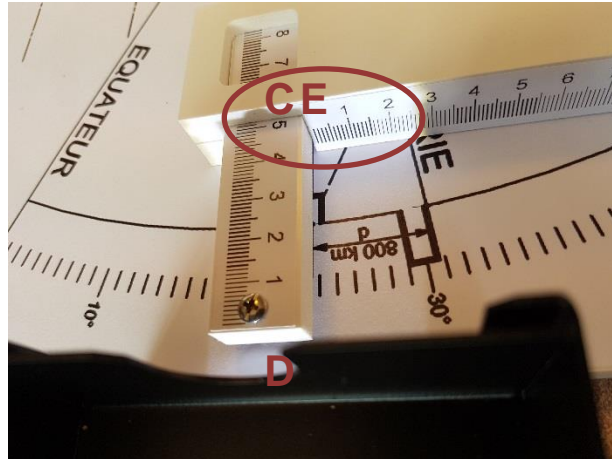


4. Results and Digital Applications

4.1 Experimental Values

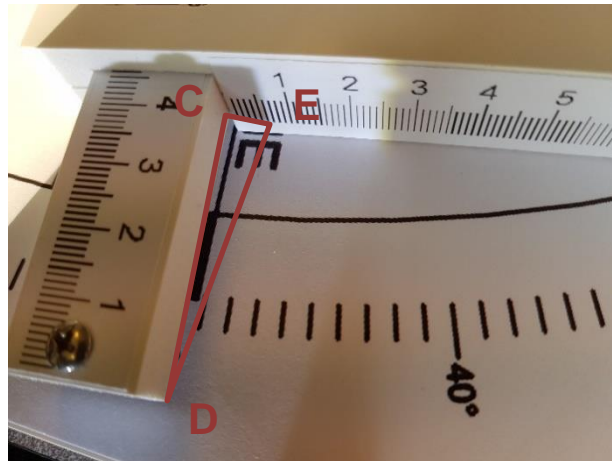
We are looking for the value of angle α , corresponding to angle \widehat{CDE} .

Measure of the shadow in Syene:



The observation shows the absence of shadow on the moving ruler.
 Angle $\widehat{CDE} = 0^\circ$ -- The points C and E coincide.

Measure of the shadow in Alexandria:



We note a shadow of length = 6 mm
 The angle between the rotating arm and the ruler are constant and still: 90°
 Since angle $\widehat{DCE} = 90^\circ$, it is then a right triangle and the trigonometric relationships apply:

$CE = 0.6 \text{ cm}$ (side opposite to angle \widehat{CDE})

$CD = 4.7 \text{ cm}$ (side adjacent to angle \widehat{CDE})

Based on the relationship $\tan \widehat{CDE} = \frac{[\text{opposite}]}{[\text{adjacent}]}$ we then have $\tan \widehat{CDE} =$

$$\frac{[CE]}{[CD]} = \frac{0.6}{4.7}$$

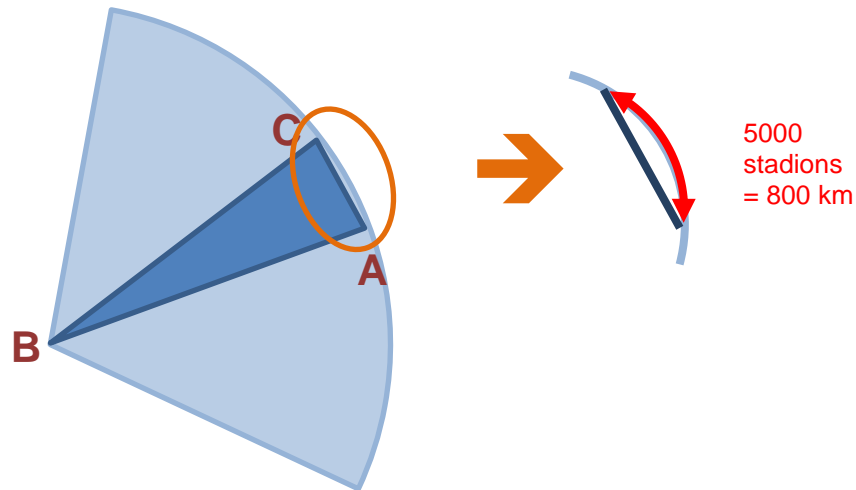
$$\tan^{-1} \frac{0.6}{4.7} = 7.27^\circ$$

We have $\widehat{CDE} = \widehat{ABC} = 7.27^\circ$

4.2 Results & Calculations

This angle corresponds to $\frac{360^\circ}{7.27^\circ} = 49.5^{\text{th}}$ of the length of a meridian M.

We know that this angle also corresponds to 5000 stadions, being 800km:



Therefore, we deduce that travelling 800 km on the Earth's surface means travelling an angle of 7.27° .

7.27° corresponds to $1/49.5^{\text{th}}$ of a full rotation of the meridian.

Therefore, 800 km also corresponds to 49.5^{th} of a full meridian length.

We then deduce that the length of the meridian M:

$$[M] = 800 \times 49.5 = 39600$$

Length of a meridian = 39 600 km

The relationship linking a meridian to the radius of the Earth is such that:

$$M = 2\pi r$$

We deduce:

$$r = \frac{M}{2\pi}$$

Hence:

$$r = \frac{M}{2\pi} = \frac{39\,600}{2\pi} = 6302 \text{ km}$$

The actual theoretical data corresponds to:

Length of the meridian = 40 075 km

Radius of the Earth = 6371 km

4.3 Error Calculation

$$Error = \frac{Theoretical\ value - Experimental\ value}{Theoretical\ value} \times 100$$

$$\text{Error on the measurement of the meridian: } Error = \frac{40075 - 39600}{40075} \times 100 = 1.2 \%$$

$$\text{Error on the measurement of the radius: } Error = \frac{6371 - 6302}{6371} \times 100 = 1.1 \%$$

Eratosthenes' method made it possible to calculate the length of a meridian and the Earth's radius with only 1.2%!

5. Technical Specifications

Tray dimension: 300 x 420 x 35mm
Rotating arm dimension: 260 x 15 x 10 mm
Moving ruler dimension:
Mass: 1 kg

6. Recommended Accessories

Light source with mirrors – halogen	ref. 211066
Light source with mirrors – LED	ref. 211038

7. After-Sale Service

The warranty is of 2 years.

For all settings, contact out **Technical Support** on **0 825 563 563**.

For all repairs, spare parts or return to our workshops, kindly contact:

JEULIN – S.A.V.
468 Jacques Monod Street
CS 21900
27019 EVREUX CEDEX France

0 825 563 563*

* 05 € TTC/min. from a landline



Assistance technique en direct

Une équipe d'experts
à votre disposition
du lundi au vendredi
de 8h30 à 17h30

- Vous recherchez une information technique ?
- Vous souhaitez un conseil d'utilisation ?
- Vous avez besoin d'un diagnostic urgent ?

Nous prenons en charge
immédiatement votre appel
pour vous apporter une réponse
adaptée à votre domaine
d'expérimentation :
Sciences de la Vie et de la Terre,
Physique, Chimie, Technologie.

Service gratuit*

0 825 563 563 choix n°3**

* Hors coût d'appel. 0,15 € TTC/min à partir d'un poste fixe.

** Numéro valable uniquement pour la France métropolitaine et la Corse. Pour les DOM-TOM et les EFE, composez le +33 2 32 29 40 50.

Aide en ligne
FAQ.jeulin.fr



Direct connection for technical support

A team of experts
at your disposal
from Monday to Friday
(opening hours)

- You're looking for technical information ?
- You wish advice for use ?
- You need an urgent diagnosis ?

We take in charge your request
immediatly to provide you
with the right answers regarding
your activity field : Biology, Physics,
Chemistry, Technology.

Free service*

+33 2 32 29 40 50**

* Call cost not included.

** Only for call from foreign countries.



468, rue Jacques-Monod, CS 21900, 27019 Evreux cedex, France

Métropole • Tél : 02 32 29 40 00 - Fax : 02 32 29 43 99 - www.jeulin.fr - support@jeulin.fr

International • Tél : +33 2 32 29 40 23 - Fax : +33 2 32 29 43 24 - www.jeulin.com - export@jeulin.fr

SAS au capital de 1 000 000 € - TVA intracommunautaire FR47 344 652 490 - Siren 344 652 490 RCS Evreux